Appliquer la loi de décroissance radioactive

Ce qu'il faut savoir

- La loi de décroissance décrit la manière dont évolue le nombre de noyaux père contenus dans une source au cours du temps.
- L'activité de la source suit la même loi de décroissance que la nombre de noyaux
- La demi-vie de la source (appelée aussi période radioactive) est le temps que met la moitié de noyaux père à se désintégrer (disparaître). Il en reste donc la moitié. La demi-vie est notée $t_{1/2}$
- La loi de décroissance dit qu'au bout d'une durée égale à $nxt_{1/2}$, n étant un entier, le nombre de noyau pères qui restent dans la source est

$$N = \frac{N_0}{2^n}$$

- La loi de décroissance s'applique aussi à l'activité de la source. On peut écrire qu'au bout d'une durée égale à $nxt_{1/2}$, n étant un entier, l'activité de la source vaut

$$A = \frac{A_0}{2^n}$$

Comment appliquer cette loi ?

On doit appliquer cette loi lorsqu'il est demandé

- Combien de noyaux père restent dans la source au bout d'un temps donné
- Quelle est l'activité de la source au bout d'un temps donné.
- Au bout de combien de temps il restera un nombre donné de noyaux (souvent exprimé en % du nombre de noyaux de départ)

Application 1 . Une source radioactive contient 10^6 noyaux. Sa demi-vie est de 2233 ans. Déterminer le nombre de noyaux restant au bout de 8932 ans.

On doit d'abord déterminer combien de demi-vies se sont écoulées en 8932 ans soit la valeur de n

$$N = \frac{8932}{2233} = 4$$

Le nombre de noyaux est donc égal à $N = \frac{N_0}{2^n} = \frac{10^6}{2^4} = \frac{10^6}{16} = 62500$ noyaux

Application 2. Une source radioactive a une demi-vie de 42 jours. Elle contient $1{,}00.10^{20}$ noyaux père. Au bout de combien de temps restera t-il $1{,}56.10^{18}$ noyaux père ?

On modifie la relation N = $\frac{N_0}{2^n}$ en $2^n = \frac{N_0}{N} = \frac{1{,}00\times10^{20}}{1{,}56\times10^{18}}$ = 64 donc n = 6 (2x2x2x2x2x2 = 64)

Le temps est donc égal à 6 x $t_{1/2}$ = 6x42 = 252 jours

Plus difficile Application 3 Une source radioactive a une demi-vie de 8 minutes. Au bout de combien de temps l'activité de cette source sera égale à 25% de son activité de départ ? .

- Il faut savoir que " l'activité de cette source sera égale à 25% de son activité de départ" signifie que

$$A = \frac{25}{100}\times A_0 \quad \text{donc} \quad \frac{A_0}{A} = \frac{100}{25} = 4$$

- On applique la relation A = $\frac{A_0}{2^n}$ transformée en $\frac{A_0}{A} = 2^n$ donc $2^n = 4$ donc n = 2

Le temps qui s'est écoulé est donc de 2x $t_{1/2}$ = 2x8 = 16 minutes.

Applications

Remplir le tableau suivant :

$t_{1/2}$	Durée	N_0	N	A_0 (Bq)	A (Bq)	% de A_0 ou N_0 restant
2500 ans	2500 ans	1×10^8		2×10^4		
8 jours		50000	6250		$1{,}5\times10^5$	
4 mois			70000	4×10^3		25 %
50 ans		1×10^{15}		7×10^5		12,5 %
50 s	200 s	4×10^{10}			$3{,}5\times10^5$	
1,3 jours		6×10^{13}		$4{,}2\times10^5$	$2{,}1\times10^5$	

Correction

$t_{1/2}$	Durée	N_0	N	A_0 (Bq)	A (Bq)	% de A_0 ou N_0 restant
2500 ans	2500 ans	$1x10^8$	**$5x10^7$**	$2x10^4$	**$1x10^4$**	**50%**
8 jours	**24 jours**	50000	6250	**$1,2x10^6$**	$1,5x10^5$	**12,5 %**
4 mois	**8 mois**	**280000**	70000	$4x10^3$	**$1x10^3$**	25 %
50 ans	**150 ans**	$1x10^{15}$	**$1,25x10^{14}$**	$7x10^5$	**87500**	12,5 %
30 s	60 s	$4x10^{10}$	**$1x10^{10}$**	**$1,4x10^6$**	$3,5x10^5$	**25%**
1,3 jours	**1,3 jours**	$6x10^{13}$	**$3x10^{13}$**	$4,2x10^5$	$2,1x10^5$	**50 %**

Ligne 1 : On connaît $t_{1/2}$ et la durée ; On peut déterminer n : $n = \frac{2500}{2500} = 1$ donc

$$N = \frac{N_0}{2^1} = \frac{1x10^8}{2} = 5x10^7 \text{ noyaux}$$

$$A = \frac{A_0}{2^1} = \frac{2\times10^4}{2} = 1x10^4 \text{ Bq}$$

$$\frac{N}{N_0} = \frac{5\times10^7}{1\times10^8} = 0,5 \text{ donc } 50\ \%$$

Ligne 2 : On connaît N et N_0. On va chercher la valeur de 2^n pour ensuite déterminer la valeur de n

$$2^n = \frac{N_0}{N} = \frac{50000}{6250} = 8 \quad \text{donc } n = 3 \ (8 = 2x2x2)$$

Il s'est écoulé 3 x $t_{½}$ = 3 x 8 = 24 jours

$A = \frac{A_0}{2^n}$ donc $A_0 = A \times 2^n = A \times 8$ = 1,2x106 Bq

$\frac{N}{N_0}$ = 0,125 donc le pourcentage est de 12,5 %

Ligne 3 On connaît le pourcentage et A_0 On va déterminer A, puis ensuite 2^n pour déterminer n

$\frac{A_0}{A}$ = 4 donc 2^n = 4 donc n = 2 (4 = 2x2)

La durée = nx t ½ = 2 x 4 = 8 mois

N = $\frac{N_0}{2^2}$ = $\frac{N_0}{4}$ donc N_0 = N x 4 = 70000 x 4 = 280000 noyaux

A = $\frac{A_0}{2^2}$ = $\frac{A_0}{4}$ = $\frac{4\times10^3}{4}$ = $1x10^3$ Bq

Ligne 4 On connaît le pourcentage et A_0 On va déterminer A, puis ensuite 2^n pour déterminer n

$\frac{A_0}{A}$ = 8 donc 2^n = 8 donc n = 3 (8 = 2x2x2)

La durée = nx t ½ = 3 x 50 = 150 ans

N = $\frac{N_0}{2^2}$ = $\frac{N_0}{8}$ = $\frac{1\times10^{15}}{8}$ = 1,25 x 10^{14} noyaux

A = $\frac{A_0}{2^n}$ = $\frac{7\times10^5}{8}$ = 87500 Bq

Ligne 5 On connaît t $_{1/2}$ et la durée ; On peut déterminer n : n = $\frac{60}{30}$ = 2

N = $\frac{N_0}{2^n}$ = $\frac{N_0}{2^2}$ = $\frac{N_0}{4}$ = $\frac{4\times10^{10}}{4}$ = $1x10^{10}$ noyaux

A = $\frac{A_0}{2^n}$ donc A_0 = A x 2^n = A x 4 = $3,5x10^5$ x 4 = $1,4x10^6$ Bq

$\frac{A}{A_0}$ = 0,25 donc 25 %

Ligne 6 On connaît A et A_0. On va chercher la valeur de 2^n pour ensuite déterminer la valeur de n

$\frac{A_0}{A} = \frac{4,2\times10^5}{2,1\times10^5}$ = 2 donc 2^n = 2 donc n = 1

La durée = nx t ½ = 1 x 1,3 = 1,3 jours

N = $\frac{N_0}{2^n}$ = $\frac{N_0}{2^1}$ = $\frac{N_0}{2}$ = $\frac{6\times10^{13}}{2}$ = $3x10^{13}$ noyaux

$\frac{N}{N_0}$ = 0, 50 donc 50 %