Devoir non surveillé n°6

Exercice 1

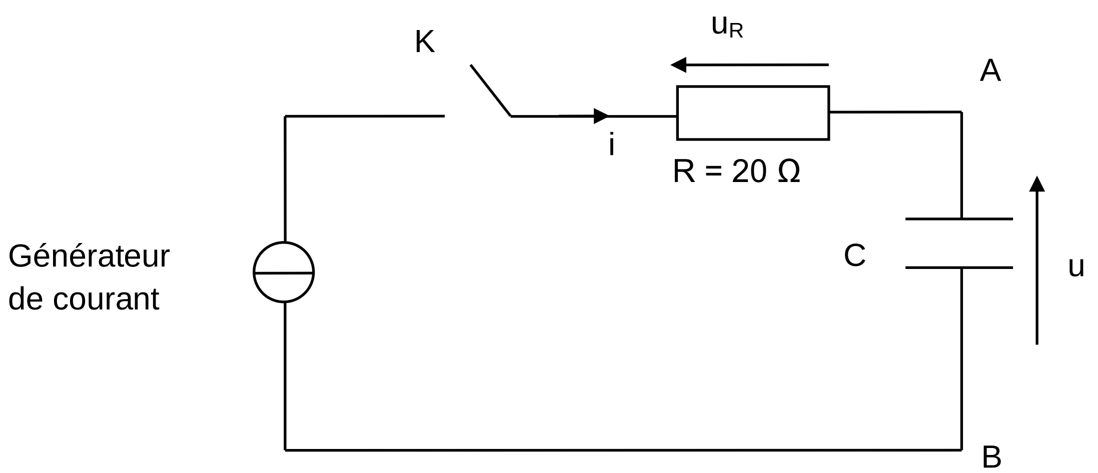
Promis à un grand avenir, les super condensateurs sont des dispositifs de stockage de l'énergie, intermédiaires entre les accumulateurs électrochimiques et les condensateurs traditionnels. Leurs applications, qui n'en sont qu'à leurs débuts, touchent de nombreux domaines tant dans l'électronique de grande diffusion que dans l'électronique de puissance, notamment en ouvrant des perspectives intéressantes dans le domaine des véhicules hybrides.

<u>Les parties 1, et 2 sont indépendantes.</u>

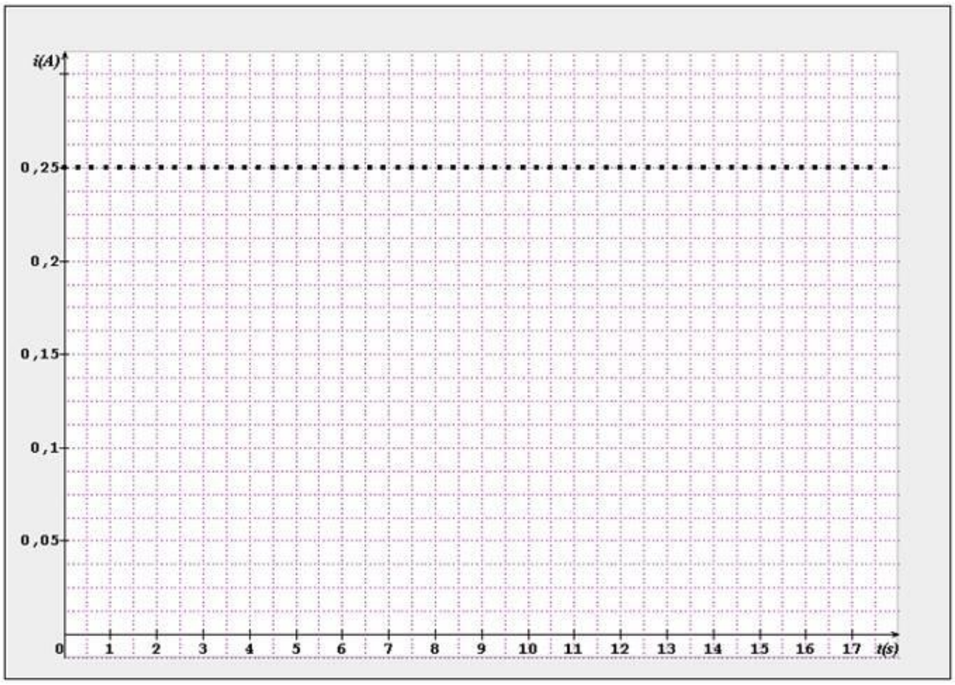
Au cours d'une séance de travaux pratiques, les élèves ont à déterminer la valeur de la capacité d'un condensateur par plusieurs méthodes.

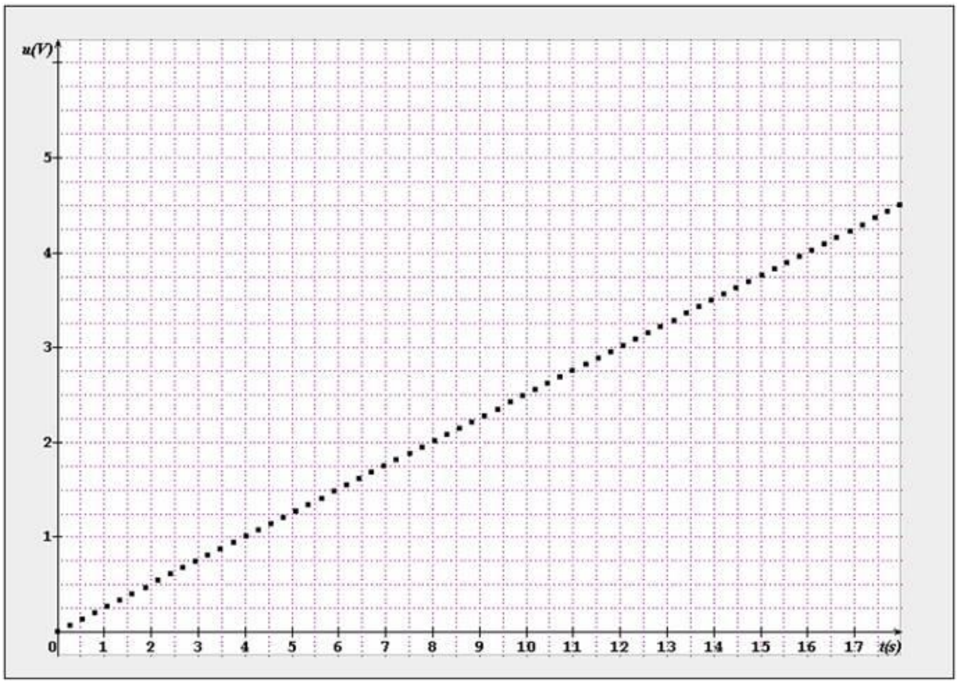
1. <u>Charge d'un condensateur à courant constant</u>

Une première méthode consiste à charger le condensateur à l'aide d'un générateur délivrant un courant d'intensité I constant, selon le montage suivant.



À la date t = 0 s, on ferme l'interrupteur K et on enregistre, à l'aide d'un système informatique, les variations au cours du temps de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique de résistance R = 20 Ω et de la tension u aux bornes du condensateur. Après traitement, on obtient les courbes ci-après :





Questions

1.1. Montrer que le graphe i(t) est obtenu à partir de l'enregistrement de $u_R(t)$.

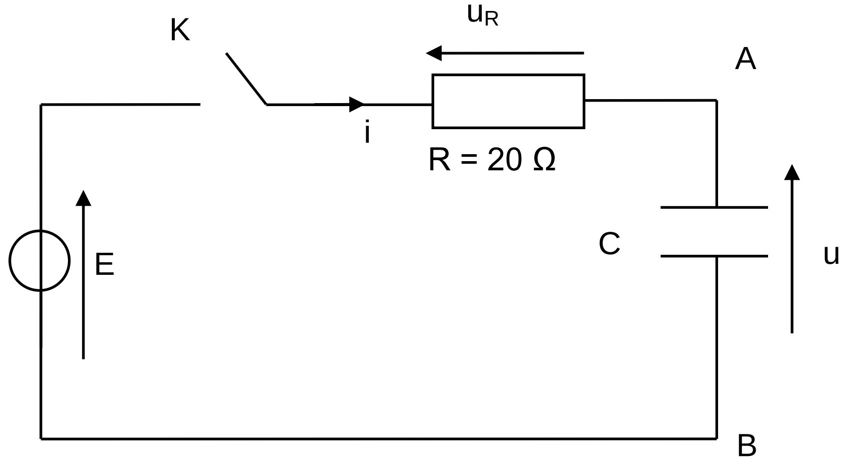
1.2. Utiliser l'un des graphes pour déterminer la relation numérique entre la tension u aux bornes du condensateur et le temps. Justifier le calcul.

1.3. En considérant qu'à t = 0 s le condensateur est déchargé, donner l'expression littérale de la charge q_A portée par l'armature A du condensateur en fonction du temps et de l'intensité du courant.

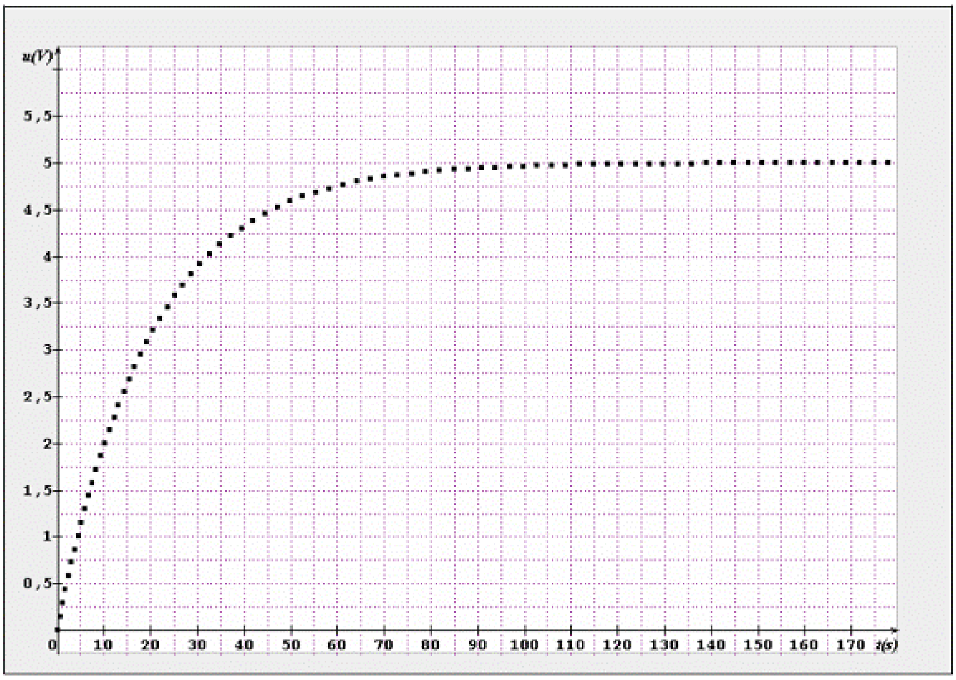
1.4. Calculer le quotient $\frac{q_A}{u}$. Que représente-t-il ?

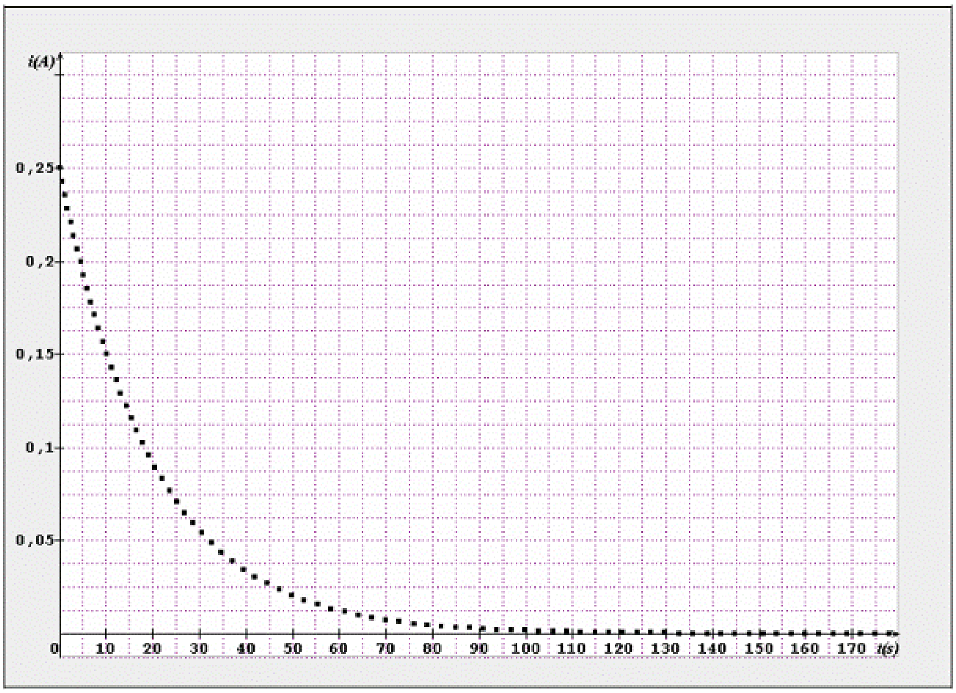
2. <u>Charge d'un condensateur à tension constante.</u>

Une autre manière de déterminer la valeur de la capacité d'un condensateur, consiste à charger ce dernier avec un générateur de tension constante E = 5,0 V associé à une résistance R = 20 Ω, en série avec le condensateur selon le schéma suivant :



On ferme l'interrupteur K à t = 0 s, un dispositif informatique (acquisition et traitement) permet d'obtenir les variations de l'intensité dans le circuit et de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps. On obtient les deux courbes ci-dessous :





2.1. D'après les graphes, quelles sont les valeurs de u et i lorsque le condensateur est chargé ?

2.2. Rappeler l'expression de la constante de temps τ du circuit. La déterminer graphiquement en précisant la méthode.

2.3. En déduire la valeur de la capacité du condensateur. Comparer avec la valeur obtenue dans la partie 1, question 1.4.

2.4. En respectant les notations du montage, montrer que la tension u vérifie l'équation différentielle :

$$E = RC.\frac{du}{dt} + u$$

2.5. La solution de cette équation différentielle est de la forme $u(t) = E\,(1 - e^{-t/\tau})$ où τ est la constante de temps du circuit. Montrer que pour $t = 5\tau$, le condensateur est quasiment chargé. Le vérifier graphiquement.

Exercice 2

Le modélisme ferroviaire est une activité qui passionne petits et grands.
Ce loisir repose sur la reproduction la plus fidèle possible de l'activité ferroviaire à échelle réduite, le plus couramment à l'échelle 1/87.
L'alimentation des trains miniatures se fait traditionnellement par les rails en 12 V continu.
Moteurs des locomotives, éclairages des matériels roulants ou fixes, signalisations, aiguillages..., autant d'éléments qui demandent à l'amateur une bonne connaissance de l'électricité et beaucoup d'ingéniosité.

Il s'agit d'étudier un dispositif qui permet aux feux arrière de rester allumés lors des coupures d'alimentation au cours des soubresauts du train sur la voie.

1. Utilisation de lampes à incandescence

Le dernier wagon du train comporte un circuit électrique relié aux deux roues arrière. Ce circuit est composé :
- de deux lampes à incandescence L_1 et L_2 qui sont les deux feux de fin de convoi ;
- d'un condensateur de capacité : $C = 1000\ \mu F$;
- d'un conducteur ohmique de résistance : $R_0 = 10\ \Omega$;
- d'une alimentation de force électromotrice : $E = 12$ V.

Les **figures 1 et 2** représentent les deux situations possibles d'éclairement des feux de fin de convoi.
Les circuits électriques y sont représentés en gras.

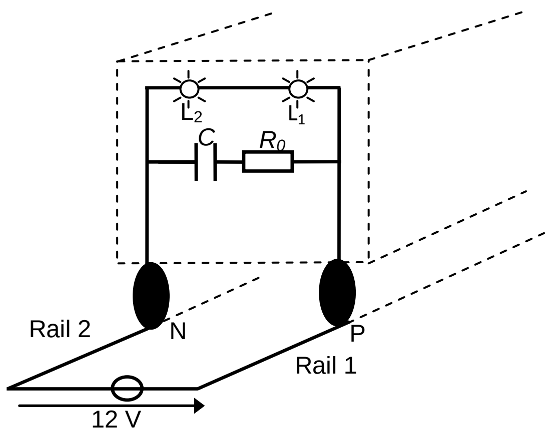


Figure 1. Sans soubresaut : les contacts roues/rails sont assurés

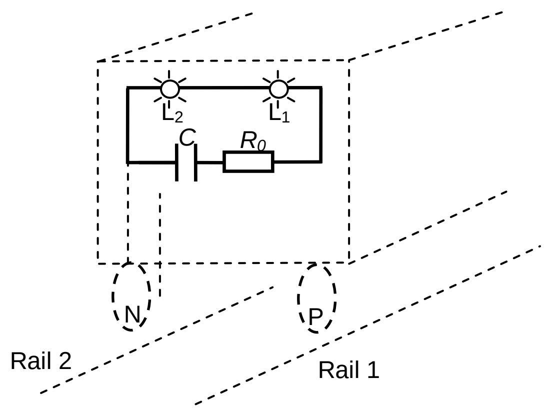
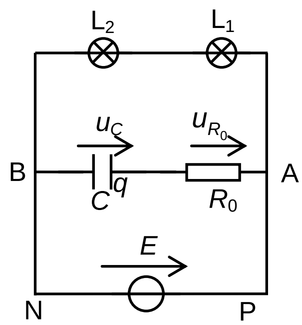


Figure 2. Lors d'un soubresaut : le contact roues/rails est rompu

1.1. Déplacement du train sans soubresaut

Le circuit électrique de la **figure 3** représente les branchements du circuit de la **figure 1**. On choisit les conventions électriques suivantes :

Figure 3.



1.1.1. Répondre qualitativement aux deux questions suivantes :

a. Pendant la charge du condensateur, les lampes de fin de convoi sont-elles parcourues par un courant ?

b. Lorsque le condensateur est totalement chargé, existe-t-il un courant circulant dans la branche AB le contenant ?

1.1.2. Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur lorsqu'il est complètement chargé. Justifier.

1.1.3. Estimer l'ordre de grandeur du temps de charge du condensateur en s'aidant du calcul de la constante de temps τ du dipôle (R_0,C).

1.2. Déplacement du train avec soubresauts

En prenant de la vitesse, le train peut avoir des soubresauts et le contact train/rails est alors rompu pendant une durée $\Delta t_{\text{soubresaut}}$ de l'ordre du dixième de seconde.

Pendant le soubresaut le condensateur se décharge dans les lampes. Sur le circuit électrique de la **figure 4** (correspondant à situation de la **figure 2**), on choisit les conventions électriques suivantes :

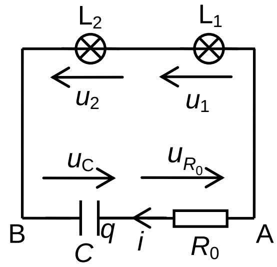


Figure 4.

Données:
- au début du soubresaut : $u_C(t = 0) = E = 12$ V ;
- les lampes L_1 et L_2 sont identiques et assimilables à deux conducteurs ohmiques de résistances : $R_1 = R_2 = R = 100\ \Omega$

- durée du soubresaut : $\Delta t_{\text{soubresaut}} = 0{,}10$ s.

1.2.1. Montrer que, pendant le soubresaut, l'équation différentielle relative à la tension u_C aux bornes du condensateur est de la forme : $u_C + (2R + R_0).C.\dfrac{du_C}{dt} = 0$.

1.2.2. Vérifier que $u_C(t) = A.e^{-\frac{t}{(2R+R_0).C}}$ est solution de l'équation différentielle précédente et déterminer la valeur de A.

1.2.3. Donner l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant. En déduire le signe de l'intensité $i(t)$.

1.2.4. L'expression de la puissance instantanée consommée par chaque lampe en fonction de l'intensité du courant est donnée par la relation : $p(t) = R\ .\ i^2(t)$.

On propose sur **LES FIGURES 5, 6 et 7 DE L'ANNEXE**, trois graphiques pouvant représenter l'allure de l'évolution de la puissance instantanée consommée par chaque lampe en fonction du temps, au cours de la décharge du condensateur.

En utilisant l'expression de $i(t)$ et en justifiant, choisir la seule figure pouvant représenter cette évolution.

1.2.5. L'éclairement de chaque lampe est optimal pour une puissance consommée $P_0 = 0{,}36$ W.

Toutefois, on considère que l'éclairement est satisfaisant si la puissance consommée est supérieure ou égale à 75 % de la valeur de P_0.

a. Donner la durée d'éclairement satisfaisant pour chaque lampe à l'aide d'une détermination graphique sur la courbe choisie à la question 1.2.4. (expliciter les étapes du raisonnement).

b. Les lampes vont-elles éclairer de façon satisfaisante pendant toute la durée du soubresaut ?

2. Utilisation de diodes électroluminescentes

On peut remplacer les lampes L_1 et L_2 par deux diodes électroluminescentes identiques notées DEL_1 et DEL_2 associées en série avec un conducteur ohmique de résistance R_3. Elles ont une durée de vie plus longue et une consommation énergétique plus faible que les lampes à incandescence.

Pendant un soubresaut, le schéma du circuit électrique devient :

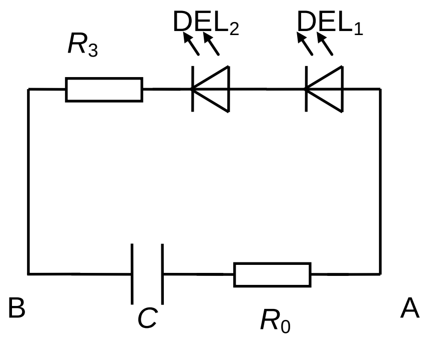


Figure 8

Chaque diode électroluminescente émet de la lumière si elle est parcourue par un courant d'intensité supérieure à une intensité seuil I_{seuil} = 2,0 mA.
Au début du soubresaut, à t = 0 s, l'intensité prend sa valeur maximale I_{max} = 6,0 mA.

Données :
- conducteur ohmique de résistance R_3 = 1,5 kΩ ;
- on admet que la durée d'éclairement des diodes est de l'ordre de $\Delta t = (R_3 + R_0).C.\ell n\left(\frac{I_{max}}{I_{seuil}}\right)$.

2.1. Montrer par une analyse dimensionnelle que Δt a bien la dimension d'un temps.

2.2. Calculer Δt et indiquer si les diodes électroluminescentes vont éclairer pendant toute la durée du soubresaut.

ANNEXE DE L'EXERCICE II

Puissance instantanée consommée par chaque lampe en fonction du temps *p* = f(*t*)